



Komplexe Netzwerke

Robustheit

Dr. Matthias Scholz

www.network-science.org/SS2009.html

7 Robustheit

Wie robust ist ein Netzwerk bei Ausfall von Knoten? Können noch Informationen zwischen vielen Teilnehmern ausgetauscht werden (\rightarrow Netzwerkfluss)?

Ein Kommunikationsnetz kann durch mehrfachen Knotenausfall so stark gestört sein, dass kein netzweiter Informationsaustausch mehr möglich ist.

Wenn ein bestimmter Anteil an Knoten ausfällt, welchen Effekt hat das auf eine typische paarweise Verbindung?

Bei der Betrachtung eines Netzwerkes als Gesamtsystem geht es nicht um die *lokale* Sicht, ob ein bestimmter Knoten ausgefallen ist, sondern (*global*), ob durch mehrfachen Knotenausfall das gesamte Netzwerksystem nicht mehr funktionsfähig ist. Beispiel Internet: Wichtig ist nicht, ob ein einzelner Email-Server ausgefallen ist, sondern ob zwischen vielen Internet-Teilnehmern keine Kommunikation mehr möglich ist, ob durch mehrfachen Knotenausfall das Internet in isolierte Inseln (Teilnetze) zerfallen ist.

7.0.1 Qualitätsmaße

Wie gut eine Kommunikation zwischen beliebigen Akteuren in einem Netzwerk möglich ist, d.h. wie gut die Gesamtvernetzung ist, lässt sich anhand der **durchschnittlichen Weglänge** zwischen zwei beliebigen Knoten oder dem **Durchmesser**, dem längsten Weg, der im Graphen existiert, beurteilen.

Welche Knoten besonders wichtig für den Zusammenhalt des Netzwerkes oder für den Informationsfluss sind, kann man mit **Zentralitätsmaßen** (\rightarrow Abschnitt 7.2) bestimmen.

7.1 Knotenausfall

Wir betrachten zwei verschiedene Arten von Störungen:

- **zufälliger Ausfall** von Knoten und
- **gezielte Attacken**

Die Störungen haben jeweils unterschiedliche Folgen auf die beiden unterschiedlichen Netzwerk-Strukturen: Zufallsgraphen (ER-Modell) und skalenfreie Netzwerke (BA-Modell).

7.1.1 Skalenfreie Netzwerke (BA-Modell)

- robuster bei zufälligen Ausfall von Knoten (Kommunikation zwischen beliebig zwei Knoten bleibt auch bei stärkeren Knotenausfall noch erhalten)
- weniger robust bei gezielten Attacken auf Knoten mit hohen Graden (Durchschnittliche Weglänge und Durchmesser steigen schneller an als im Zufallsgraphen).
Bei Ausfall von nur 1% der Knoten mit höchsten Grad zerfällt das Netzwerk in viele kleine isolierte Teilnetze.

Skalenfreie Netzwerke sind robust gegenüber zufälligen Ausfall von Knoten, aber angreifbar durch gezielte Attacken auf stark vernetzte Knoten.

7.1.2 Zufallsgraphen (ER-Modell)

Ein Zufallsgraph, aus dem Knoten zufällig ausgewählt und entfernt werden, ist als Ergebnis immer noch ein Zufallsgraph.

Phasenübergang: Werden zu viele Knoten entfernt wird bei $Np = 1$ der Phasenübergang erreicht und das Netz zerfällt plötzlich in viele kleine Teilnetze oder isolierte Knoten. Netzweite Kommunikation ist dann nicht mehr möglich.

Bei skalenfreien Netzwerken gibt es diese kritische Schwelle nicht, solange der Exponent $\gamma < 3$ ist, was bei vielen realen Netzwerken der Fall ist.

7.2 Zentralitätsmaße

Zentralität ist ein Maß für die Bedeutung eines Knotens.

Robustheit: Ein Ausfall weniger zentraler Knoten kann große Folgen für den Zusammenhalt und die Kommunikation im Gesamtnetzwerk haben (Schwachstellen im Netzwerk).

Biologie: In molekularen Netzwerken von Infektionserregern (Bakterien, Parasiten) kann Zentralität von Genen, Metaboliten oder Proteinen ein Hinweis darüber geben, wie überlebenswichtig die einzelnen Moleküle für den Parasiten sind und damit einen möglichen Angriffspunkt liefern.

Soziologie: Zentralität wird oft mit 'Macht durch sozialen Einfluss' gleichgesetzt (Zwischenzentralität: Kontrolle des Informationsaustausches)

Grad-basierte Zentralität (*degree centrality* C_D): Anzahl der Kanten (Grad) eines Knoten, bei gerichteten Graphen: Ausgangsgrad.

Wie viele direkte Verbindungen gibt es zu anderen Knoten? → Kommunikationsaktivität.

Grad-basierte Zentralität ist das Verhältnis des Grades k_i eines Knoten v_i zum maximal möglichen Grad ($k^{max} = N - 1$) bei N Knoten:

$$C_D(v_i) = \frac{k_i}{N - 1}$$

Nähe-basierte Zentralität: Wie stark ist der (auch indirekte) Einflussbereich oder die Reichweite eines Knoten? Wie viele direkte und indirekte Verbindungen (mit wenig Zwischenknoten) gibt es zu anderen Knoten?

Nähe-basierte Zentralität ist gegeben durch die Anzahl der Knoten, die über eine maximale Weglänge von beispielsweise $l = 2$ Kanten erreicht werden können.

Eine starke nähe-basierte Zentralität bedeutet einen großen Einflussbereich (zu vielen anderen Knoten) über wenige Vermittler (kurze Wege).

Zwischenzentralität (*betweenness*): Anzahl der (kürzesten) Wege von allen möglichen Knotenpaaren die durch einen bestimmten Knoten führen.

Wie viele kürzeste Wege führen durch einen bestimmten Knoten?

hohe Zwischenzentralität: Knoten liegt auf den kürzesten Wegen vieler Paare im Netzwerk.

Zwischenzentralität kann auch auf Kanten bezogen werden. Wie viele kürzeste Wege führen über eine bestimmte Kante? (Stromnetz/Internet: Welche Leitung ist

besonders wichtig).

Knoten oder Kanten mit hoher Zwischenzentralität verbinden typischerweise voneinander fast getrennte Teilnetze. Ein Ausfall solcher Knoten oder Kanten kann zum Zerfallen der Netzwerkes in getrennte Teilnetze führen.

Soziale Netzwerke: Akteur (Knoten) mit hoher Zwischenzentralität kann Aktivität im Netzwerk kontrollieren

- Kommunikationskontrolle
- Gewinne erzielen aus strategisch guter Position (Handel)

Akteur muss aber auch Spannungen/Gegensätze zwischen fast getrennten Teilnetzen (Gruppen) aushalten/ausgleichen:

- Mittlerrolle

7.3 Knotenunabhängige Wege

(*node-independent*)

Zwei unterschiedliche Wege, welche die selben zwei Knoten verbinden, aber jeweils über eigene Kanten und Zwischenknoten verlaufen, bezeichnet man als **Knotenunabhängig**.

7.4 Fehlerkaskade (Systemrisiko)

(*cascading failure, systemic risk*)

Nicht nur der Ausfall von *zentralen* Knoten kann die Stabilität eines Netzwerkes gefährden.

Auch scheinbar unbedeutende Knoten oder Kanten können bei Ausfall eine Fehlerkaskade auslösen, die wie eine Welle durch das ganze Netz wandert, mit der Folge des Ausfalls vieler Elemente im Netzwerk und einer Zersplitterung in isolierte Teilnetze (Dominoeffekt).

Voraussetzung ist ein hoher Fluss im Netzwerk: eine gute Auslastung oder bereits nahe an der Leistungsgrenze.

Auslöser kann dann ein normalerweise unbedeutender Fehler eines Netzwerk-Elementes sein.

Fehlerkaskaden kann man als \rightarrow Netzwerkfluss modellieren.

Beispiele:

- **Stromnetz:** Ein erhöhter Strombedarf (Hitzewelle) in Zusammenhang mit einem 'normalen' Fehler (Transformatorausfall) kann zum Zusammenbruch des gesamten Netzwerkes führen: Der Strom einer ausgefallenen Leitung wird auf andere Leitungen umgeleitet. Wenn diese bereits eine hohe Last haben, führt das wiederum zu Überlast und zum Abschalten auch dieser Leitungen ...

- **Internet:** Bei starkem Datenverkehr und Ausfall eines Internetknotens werden Datenpakete umgeleitet und können wiederum zu Überlast und Ausfall anderer Internetknoten führen.
- **Finanzmärkte:** In der Wirtschaft werden Fehlerkaskaden als Systemrisiko oder systemisches Risiko bezeichnet. Dabei geht es um den Dominoeffekt bei nicht mehr beherrschbaren Abwertungsspekulationen und Bankenzusammenbrüchen (Finanzkrise).