Ernst Moritz Arndt Universität Greifswald 15. 5. 2009

# Komplexe Netzwerke

Barabási-Albert
Attraktivitätsmodell

Dr. Matthias Scholz

www.network-science.org/SS2009.html

## 4 Barabási-Albert Attraktivitätsmodell (BA-Modell)

(*preferential attachment model*)

- Idee: Neue Knoten verlinken sich bevorzugt mit Knoten, die bereits stark vernetzt sind.
- Wachstumsmodell als Graph-Generierungsmodell (Barabási and Albert, 1999)
- generiert skalenfreie Graphen (Gradverteilung, die dem Potenzgesetz folgt)

### 4.1 Algorithmus

1. Initialisierung mit einem kleinen vollständig vernetzten Start-Graphen mit $N_0$ Knoten (z.B. $N_0 = 4$), $N_0 \geq m$

2. Wähle aus allen Knoten des Graphen $m$ Knoten, z.B. $m = 2$, mit einer Wahrscheinlichkeit $p(v_i)$ aus, die proportional zum Grad $k_i$ eines Knoten $v_i$ ist. Die Wahrscheinlichkeit $p(v_i)$ ergibt sich aus den Grad $k_i$ dividiert durch die Summe der Grade aller Knoten:
$p(v_i) = \frac{k_i}{\sum_j k_j}$

3. Generiere einen neuen Knoten und verbinde ihn mit allen $m$ ausgewählten Knoten.

4. Wiederhole Schritt 2-3 bis der Graph die gewünschte Größe von $N$ Knoten erreicht hat ($N = N_0 +$ Anzahl der Iterationen).

Der Algorithmus führt dazu, dass stark vernetzte Knoten in ihrer Vernetzung (Grad) schneller ansteigen als schwach vernetzte Knoten (*rich get richer* Effekt).

### 4.2 Kritik

Das BA-Modell ist derzeit das am meisten anerkannte Modell für die Entstehung von komplexen Netzwerken. Aber auch das BA-Modell ist nicht perfekt und wird oft sehr kritisch betrachtet:

- Potenzgesetz ist bekannter Effekt. Skalenfreie Phänomene, die dem Potenzgesetz folgen gibt es in vielen Bereichen, siehe beispielsweise *Zipf's law* oder *rich get richer* Phänomen. Diese Kritik ist nicht ganz berechtigt: zum einen ist es neu, dass das Potenzgesetz auch für die Gradverteilung von Netzwerkknoten gilt, und zum anderen liefert das BA-Modell auch eine mögliche Erklärung (Präferenz) und beschränkt sich somit nicht auf die Beobachtung und Beschreibung des Effekts.
- BA-Modell hat immer den Exponenten $-3$ ($P(k) \propto k^{-3}$). In realen Netzwerken variiert der Exponent dagegen zwischen 2 und 3. Lösung: modifiziertes BA-Modell mit Kanten-Neuverknüpfung (Albert and Barabási, 2000).
- Reale Netzwerke zeigen nicht immer eine Gradverteilung nach dem Potenzgesetz. Lösung: modifiziertes BA-Modell mit Beschränkung in der Gradzahl eines Knoten (Schwelle oder Alter) (Amaral et al., 2000).
- Globales Wissen über das Netzwerk ist im BA-Modell erforderlich. Neue Knoten benötigen die Grade aller Knoten im Netzwerk. In realen (sozialen) Netzwerken haben die einzelnen Individuen meist nur lokales Wissen über die nächsten Nachbarn. Wie stark alle anderen Individuen im Netzwerk vernetzt sind, ist oft für den einzelnen nicht bekannt.
- BA-Modell ist fast identisch zum Modell von de Solla Price (1976).
- Widerspruch zwischen gerichteten und ungerichteten Graphen im BA-Modell. Im Unterschied zum Modell von Price unterscheidet das BA-Modell nicht zwischen Eingangs- und Ausgangsgrad. Beide Grade zählen für den Grad der Vernetzung eines Knoten, damit gilt das BA-Modell als *ungerichtete* Modell. Neue Knoten verbinden sich bevorzugt mit stark vernetzten Knoten (Attraktivitäts-Regel), was allerdings einer *gerichteten* Verbindung entspricht. Eine *ungerichtete* beidseitige Beziehung würde bedeuten, dass stark vernetzte Knoten sich im Gegenzug bevorzugt mit neuen Knoten verbinden, was aber nicht mit der originalen Attraktivitäts-Regel übereinstimmt.

## Literatur


Albert, R., Barabási, A. Topology of evolving networks: Local events and universality. *Phys. Rev. Lett.*, 85:5234–5237, 2000.

Amaral, L.A.N., Scala, A., Barthélémy, M., Stanley, H.E. Classes of small-world networks. *PNAS*, 97(21):11149–11152, 2000.

Barabási, A., Albert, R. Emergence of scaling in random networks. *Science*, 286:509–512, 1999.

de Solla Price, D. A general theory of bibliometric and other cumulative advantage processes. *Journal of the American Society for Information Science*, 27:292–306, 1976.